「証明問題の条件変え」における数学的活動の在り方
―数学的な見方や考え方を育てる言語活動―

秦　　計　代

平成24年４月から中学校で全面実施となる新学習指導要領では、言語活動の充実や数学的活動の一層の充実が求められている。そこで、言語活動を充実させるのに適していると思われる論証指導において、「証明問題の条件変え」の授業実践を行った。その中では言語活動を主に習得のための言語活動と主に活用のための言語活動とに分類し、そのことに留意しながら教師が指導に当たることで、証明を説明する力や書く力の向上に有効であったことを明らかにできた。従来の論証指導での数学的活動を、言語の能力の育成という視点で見直すことが必要である。言葉や図などの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を充実させていくことが、数学的な見方や考え方を育てることにつながる。

〈キーワード〉　言語活動、数学的活動、論証指導、習得、活用、数学レポート

Ⅰ　主題設定の理由

新学習指導要領の告示に先立ち中央教育審議会が示した「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について(答申)」(以下「答申」とする)では、「言語活動の充実」が「教育内容に関する主な改善事項」の一つ目に挙げられた。これを受け、中学校学習指導要領総則においても、冒頭の「教育課程編成の一般方針」の１に「生徒の言語活動を充実する」ことが新たに加えられている。

「答申」では、「比較や分類、関連付けといった考えるための技法、帰納的な考え方や演繹的な考え方などを活用して説明する」ことが算数・数学科等の言語活動の例として示されている。帰納や演繹は重要な数学的な見方や考え方であり、このような活動に適しているのが論証の指導である。従来の論証指導では、ややもすると、証明が書けるようになることのみを目標とするような指導が多く見られた。しかし、「証明する」ことは「証明を書く」ことだけではなく、自分の考えを相手に説明し、納得してもらう活動も含めたものと考えるべきである。

一方、新学習指導要領では、数学的活動を今後も一層充実させていくことが求められている。数学的活動は現行学習指導要領でも重視され、これまで様々な実践が行われてきた。新学習指導要領の中学校での全面実施を控え、言語の能力の育成という視点から数学的活動を見直していくことが必要である。

以上の点から、論証指導の一つである「証明問題の条件変え」の授業において、言語活動を充実させる手立てを工夫し実践することが、新学習指導要領の実施に向けての一助となると考え、本主題を設定した。

Ⅱ　研究の目標

生徒の証明を説明する力や書く力の向上のために、「証明問題の条件変え」の授業において、主に習得のための言語活動と主に活用のための言語活動の両方に取り組むことの有効性を明らかにする。

Ⅲ　研究の方法

言語活動の充実が、今回の学習指導要領の改訂において重要な改善の視点となった背景や数学的活動の一層の充実が求められる点について整理する。主に習得のための言語活動と主に活用のための言語活動の両方に取り組む授業を、研究協力校にて実践する。実践について、言語の能力の育成という視点で

考察する。また、本実践の評価について、評価規準や実践後の生徒の変容から考察する。

Ⅳ　研究の内容

１　なぜ「言語活動の充実」なのか

(1)　学習指導要領における言語活動の充実

「言語活動の充実に関する指導事例集～思考力・判断力・表現力等の育成に向けて～【中学校版】」(以下「指導事例集」とする)の記述を整理すると、言語活動の充実が求められる背景は、右の３点にまとめられている。

この３点を踏まえ、平成20年１月の「答申」では、学習指導要領改訂の基本的な考え方が７点示された。

この基本的な考え方を踏まえ、「答申」は充実すべき重要事項の第１として「言語活動の充実」を挙げている。そして、前述の学力の重要な３要素や「答申」を踏まえ、新学習指導要領総則では、下のように記述されている。

ここでは、国語科だけでなく「各教科等の指導」において、また、「思考力・判断力・表現力等をはぐくむ観点から」、言語活動の充実を図ることに配慮することが求められている。

言語活動が求められている背景

背景１　知識基盤社会の到来やグローバル化の進展などの急速な社会の変化に対応する能力や資質が求められる。
背景２　国内外の学力調査の結果から、思考力・判断力・表現力等に課題がみられる。
背景３　教育基本法の改正等により教育の理念が明確になるとともに、学校教育基本法改正により学力の重要な要素が規定された。

学力の３つの重要な要素
①　基礎的・基本的な知識・技能
②　知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等
③　主体的に学習に取り組む態度

学習指導要領改訂の基本的な考え方

（1）　改正教育基本法等を踏まえた学習指導要領改訂
（2）　「生きる力」という理念の共有
（3）　基礎的・基本的な知識・技能の習得
（4）　思考力・判断力・表現力等の育成
（5）　確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保
（6）　学習意欲の向上や学習習慣の確立
（7）　豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実

中学校学習指導要領（平成20年3月）　総則

第１　教育課程編成の一般方針
１　(前略)学校の教育活動を進めるに当たっては、各学校において、生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かした特色ある教育活動を展開する中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養い、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。その際、生徒の発達の段階を考慮して、生徒の言語活動を充実するとともに、家庭との連携を図りながら、生徒の学習習慣が確立するよう配慮しなければならない。
第４　指導計画の作成等に当たって配慮すべき事項
２　以上のほか、次の事項に配慮するものとする。
（１）　各教科等の指導に当たっては、生徒の思考力、判断力、表現力等をはぐくむ観点から、基礎的・基本的な知識及び技能の活用を図る学習活動を重視するとともに、言語に対する関心や理解を深め、言語に関する能力の育成を図る上で必要な言語環境を整え、生徒の言語活動を充実すること。

(2)　中学校数学科における言語活動

「答申」では、「各教科等における言語活動の充実は、今回の学習指導要領の改訂における各教科等を貫く重要な改善の視点である」ことが指摘されている。さらに、「指導事例集」では、「各教科等においては、国語科で培った能力を基本に、それぞれの教科等の目標を実現する手立てとして、(中略)言語活動を充実させる必要がある」としている。つまり、注意しなければならないのは、言語活動は教科の「目標を実現する手立て」であって、言語活動そのものが目標になってはならないということである。国内外の学力に関する調査結果から、我が国の子どもたちの思考力・判断力・表現力等には課題がみられるが、その点を踏まえて、「答申」では、思

思考力・判断力・表現力等をはぐくむために不可欠な学習活動

①　体験から感じ取ったことを表現する
②　事実を正確に理解し伝達する
③　概念・法則・意図などを解釈し、説明したり活用したりする
④　情報を分析・評価し、論述する
⑤　課題について、構想を立て実践し、評価・改善する
⑥　互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる

考力・判断力・表現力等をはぐくむために不可欠な学習活動を例示している。

これについて、清水(2008)は「③、④及び⑤に関わることは、全国学力・学習状況調査におけるＢ問題(「主として活用に関する問題」)の出題の趣旨と深く関わっている」としている。例えば、図形の論証が問われるＢ問題4について、５年間の出題の趣旨をまとめると表１のようになり、いずれの年にも「証明を振り返る」という言葉が見られる。

表１　全国学力・学習状況調査　数学Ｂ4　出題の趣旨

H19	証明の評価・改善 (垂直二等分線の性質の証明)	図形についての証明をよみ、次のことができるかどうかをみる。 ・証明を振り返って評価すること ・評価にもとづいて証明を改善すること
H20	方針にもとづく証明 (重なりのある２つの三角形)	証明の方針をよみ、次のことができるかどうかをみる。 ・筋道を立てて考えること ・方針にもとづいて証明すること ・証明を振り返って考えること
H21	証明の方針 (中点で交わる２つの線分)	証明の方針をよみ、次のことができるかどうかをみる。 ・方針にもとづいて証明すること ・証明を振り返って考えること ・別の証明の方針を立てること
H22	証明を振り返り、発展的に考えること (二等辺三角形)	図形についての証明をよみ、次のことができるかどうかをみる。 ・証明を振り返って考えること ・発展的に考えて証明すること
H23	証明を振り返り、類似の場面で証明すること (角の二等分線)	図形についての証明をよみ、次のことができるかどうかをみる。 ・証明を振り返り、類似の場面で証明すること ・証明を振り返り、新たな性質を見いだすこと

また、「答申」においては、言語は、知的活動(論理や思考)だけでなく、コミュニケーションや感性・情緒の基盤であると指摘されている。

知的活動の基盤という言語の役割の観点からは、「比較や分類、関連付けといった考えるための技法、帰納的な考え方や演繹的な考え方などを活用して説明する」学習活動が、算数・数学科等の例として挙げられている。この点に関して、永田(2008)は、「図形の性質を証明することは、こうした知的活動に適した場面である。しかしそれは『証明する』ことであって『証明を書く』ことだけを意味するものではない。証明が書けるようになることは、学習の目標として大切であるが、まず、子どもが気付いたことを自分なりに説明し、それを教師が受け止めてよりよいものに改善していく過程を大切にして指導することが重要である」と述べている。

さらに、コミュニケーションや感性・情緒の基盤という言語の役割の観点からは、「…思い浮かぶのは、話合いや発表の場面であろう。指導の過程で、問題解決の方法などをグループで話し合ったり、話し合った結果を発表したりする場面を積極的に設定している教師は多い。しかしこの場合、『話し合う』ことや『発表する』ことは目的ではない。話し合うことや発表することを通して問題を解決するための様々な方法を知り、より洗練された方法に高めるなど、何らかの目的を実現するために行われるのである」と述べている。

数学の授業における話合いなどの活動について、新学習指導要領の中では、

> 数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動(第１学年)
> 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動(第２、３学年)

が、〔数学的活動〕に位置づけられている。

「指導事例集」における、言語活動を充実させる指導と事例の中で、教科等の特質を踏まえた指導の充実および留意事項として、数学については次のように述べられている。

数学科においては、生徒が学んだ数学を活用して考えたり判断したりすることをよりよく行うことができるよう、言葉や数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現を用いて、論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を充実する。その際、以下の点に留意する。
○　数学的な表現を適切に用いることができるよう、具体的な事象を数学的に表現したり、処理したりする技能を高める学習活動を充実する。
○　数学的な推論を的確に進めることができるよう、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現して説明したり、数学的に表現されたものについて話し合って解釈したりする学習活動を充実する。
○　数学的に表現したり、それを解釈したりすることのよさを実感できるよう、数や図形の性質などについて伝え合うことで、お互いの考えをよりよいものに改めたり、一人では気付くことのできなかったことを見いだしたりする機会を設けることに留意する。

「指導事例集」では、言語活動を充実させる数学科の指導事例として10事例を挙げているが、それらは、表２のように、

・言語の役割を踏まえた分類

・思考力・判断力・表現力等の学習活動の分類

の二つで分類されている。

表２　言語活動を充実させる指導事例

学年	単元名 言語活動の特色	言語の役割を踏まえた分類 主たる分類	 関係する分類	思考力・判断力・表現力等の学習活動の分類
1	一元一次方程式 問題づくりを通して式から数量の関係をとらえ文章で表現する	(1)イ(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	③、⑥
1	空間図形 図形の性質の考察を通して、数学的な表現の特徴についての理解を深める	(1)ア(ⅱ)	(1)イ(ⅱ)	③、⑥
1	比例、反比例 ワークシートを活用し、２つの数量の関係について変化や対応の様子を説明する	(1)イ(ⅰ)	(1)ア(ⅱ)	③、④
2	連立二元一次方程式 数学的活動の成果をレポートにまとめ、自分の考えを深める	(1)イ(ⅰ)	(1)ア(ⅱ)	③、④
2	三角形の性質 数学的活動の成果をレポートにまとめ、その成果を共有する	(1)イ(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	⑤、⑥
2	平行線と角 自分の説明を他者とのやり取りを通じてよりよいものに改善していく	(1)イ(ⅰ)	(1)イ(ⅱ)	③、⑤
2	一次関数 表、式、グラフを相互に関連付けて数量の関係の考察を深める	(1)ア(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	③、④
3	式の展開と因数分解 証明を読むことで、数の性質について考える	(1)イ(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	③、⑥
3	式の展開と因数分解 ノートに友達の考えを書いたり互いの説明を評価し合ったりする	(1)ア(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	③、⑤
3	図形の相似 図形の性質の証明をするために、証明の方針を立てる	(1)ア(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	④、⑤

言語の役割を踏まえた分類とは、

（１）　知的活動(論理や思考)に関すること
　ア　事実等を正確に理解し、他者に的確に分かりやすく伝えること
　　(ⅰ)事実等を正確に理解すること
　　(ⅱ)他者に的確に分かりやすく伝えること
　イ　事実等を解釈し説明するとともに、互いの考えを伝え合うことで、自分の考えや集団の考えを発展させること
　　(ⅰ)事実等を解釈し、説明することにより自分の考えを深めること
　　(ⅱ)考えを伝え合うことで、自分の考えや集団の考えを発展させること
（２）　コミュニケーションや感性・情緒に関すること
　ア　互いの存在についての理解を深め、尊重していくこと
　イ　感じたことを言葉にしたり、それらの言葉を交流したりすること

のことであり、数学科については、(２)にあたる事例が挙げられていない。

思考力・判断力・表現力等の学習活動の分類とは、前述の「答申」に例示された、①～⑥の学習活動のことである。

2　数学的活動をどう捉えるか

新学習指導要領と現行学習指導要領の中学校数学科の目標は表３の通りである。

表３　中学校学習指導要領　数学科　目標

新	現　行
数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。	数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

現行学習指導要領で「数学的活動の楽しさ」が盛り込まれた趣旨は、その「解説　数学編」によると、次のように述べられている。

> 平成元年に目標に入れられた「数学的な見方や考え方のよさ」を知ることに加えて、更に情意的な側面を大切にし、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学を学ぶ過程を大切にする

また、新学習指導要領において、「数学的活動を通して」が加えられたのは、「答申」における算数・数学の改善の基本方針として

> 算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。

ことが示されたからである。

永田(2009)は、両者を対比させるとともに、前述の「学力の３つの重要な要素」との関係から、「一層」の意味を説明している。それを図示すると，右の図１の通りである。

また、数学的活動の一層の充実、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするため、数学的活動の例として、数学を生み出す活動、数学を利用する活動、数学的に伝え合う活動、数学的に実感する活動などを具体的に示すよう、「答申」は指摘している。これを受け、新学習指導要領では、〔数学的活動〕を表４のように示している。

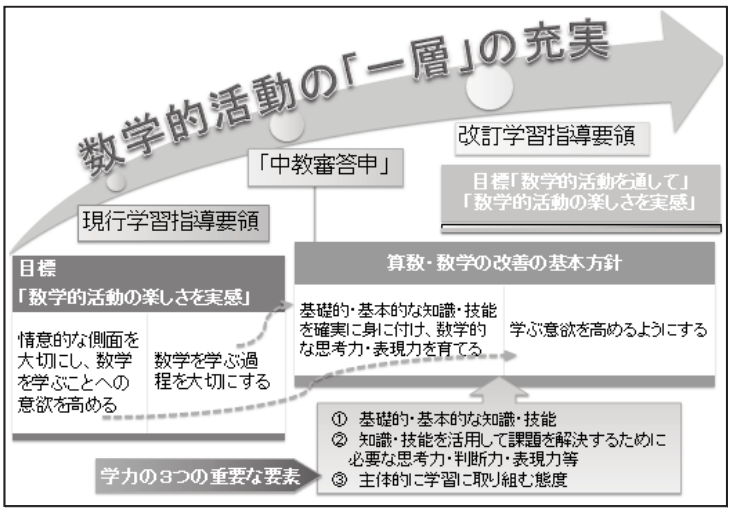


図１　数学的活動の「一層」の充実

表４　〔数学的活動〕

	数学を生み出す活動	数学を利用する活動	数学的に伝え合う活動
第１学年	ア　既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動	イ　日常生活で数学を利用する活動	ウ　数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動
第２、３学年	ア　既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだし、発展させる活動	イ　日常生活や社会で数学を利用する活動	ウ　数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

数学的に実感する活動については、第３　指導計画の作成と内容の取扱いの３に、数学的活動の指導に当たっての配慮事項として、右のように示されている。

> （１）　数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学習することの意義や数学の必要性などを実感する機会を設けること。
> （２）　自ら課題を見いだし、解決するための構想を立て、実践し、その結果を評価・改善する機会を設けること。
> （３）　数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果を共有する機会を設けること。

３　言語活動を充実させた授業をつくる

研究協力校（福井市川西中学校２年１、２組）で行った、課題学習での授業実践の概要を述べる。

(1)　本実践に用いた題材

本実践では、図２のように、ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣの辺ＡＣ、ＡＢ上に点Ｄ、Ｅをとることを題材として扱った。例えば、ＢＤ＝ＣＥとなるような点Ｄ、Ｅをとるには、

・辺ＡＣ、ＡＢの中点をそれぞれ、Ｄ、Ｅとする。
・∠Ｂの二等分線と辺ＡＣとの交点、∠Ｃの二等分線と辺ＡＢとの交点をそれぞれ、Ｄ、Ｅとする。
・点Ｂ、Ｃから、それぞれ、ＡＣ、ＡＢに垂線ＢＤ、ＣＥをひく。

など多様な方法が考えられる。

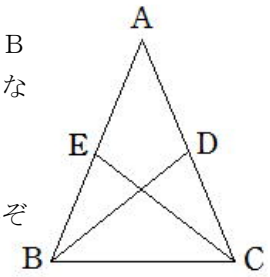
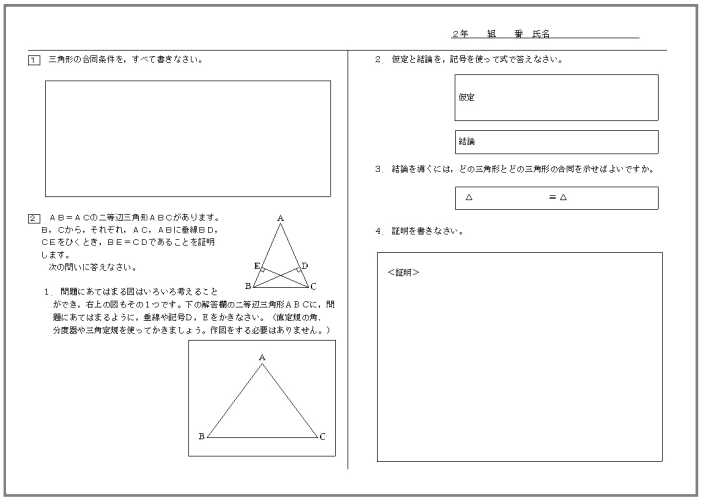


図２

また、辺ＡＣ、ＡＢを延長した直線上にＤ、Ｅをとって考えることもでき、問題を発展的に考えたり一般化したりすることもできる。生徒一人ひとりが自分なりの方法で、結果を見通し解決していくことができるので、生徒の主体的な学習を促し、数学的な見方や考え方の育成を図ることをねらいとした課題学習として、適した題材であると考えられる。第２学年の図形学習のまとめとしての課題学習は、教科書に例示されているような、三角形だけでなく四角形へも発展させられる題材の方がよりふさわしいとも言える。しかし、考えを伝え合う活動やレポートへまとめる活動を取り入れた場合では内容が広がり過ぎ、生徒たちの理解が深まらないことが予想されたため、本題材を扱うこととした。

(2)　事前調査の内容と結果の考察

本題材を授業実践するにあたって、生徒たちが証明を記述する力を習得しているかどうかを確認するため、図３のような事前調査を行った。


2年　組　番　氏名

1　三角形の合同条件を，すべて書きなさい。

2　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣがあります。Ｂ，Ｃから，それぞれ，ＡＣ，ＡＢに垂線ＢＤ，ＣＥをひくとき，ＢＥ＝ＣＤであることを証明します。
次の問いに答えなさい。

1　問題にあてはまる図はいろいろ考えることができ，右上の図もその１つです。下の解答欄の二等辺三角形ＡＢＣに，問題にあてはまるように，垂線や記号Ｄ，Ｅをかきなさい。（直定規の角，分度器や三角定規を使ってかきましょう。作図をする必要はありません。）

2　仮定と結論を，記号を使って式で答えなさい。
仮定
結論

3　結論を導くには，どの三角形とどの三角形の合同を示せばよいですか。
△　　＝△

4　証明を書きなさい。
＜証明＞

図３　事前調査

・導入では、問題の内容把握を丁寧に扱う。
・与えられた条件に合う図は、一つだけでなく複数示すようにする。
・問題の仮定と結論をはっきりさせ、仮定から出発して、すでに正しいと認められたことがらを使って、結論を導くという証明のしくみ（図４）を確認する。

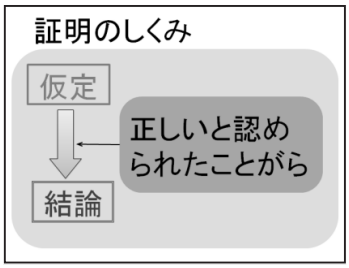
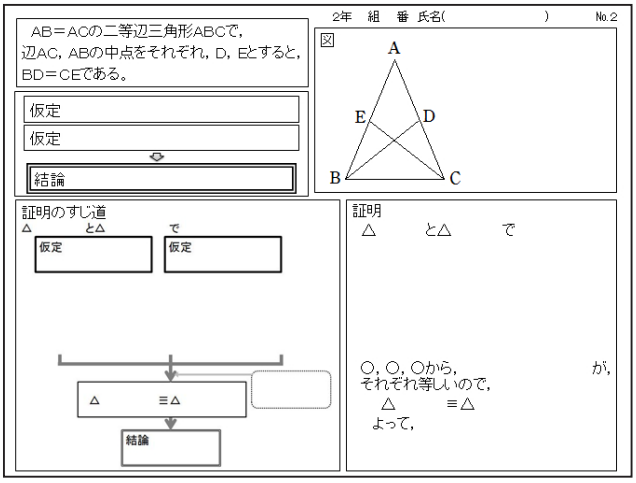


図４　証明のしくみ

・いきなり証明を書く活動に入るのではなく、仮定から結論への流れを図（証明のすじ道）に表す活動を取り入れる。（図５）


ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで，
辺ＡＣ，ＡＢの中点をそれぞれ，Ｄ，Ｅとすると，
ＢＤ＝ＣＥである。

2年　組　番　氏名(　　)　№2

図

仮定
仮定
結論

証明のすじ道
△　　と△　　で
仮定
仮定

△　　≡△

結論

証明
△　　と△　　で

○，○，○から，　　が，
それぞれ等しいので，
△　　≡△
よって，

図５　ワークシート

(3)　実践の流れ

実践の大まかな流れは図６の通りである。（４時間配当）

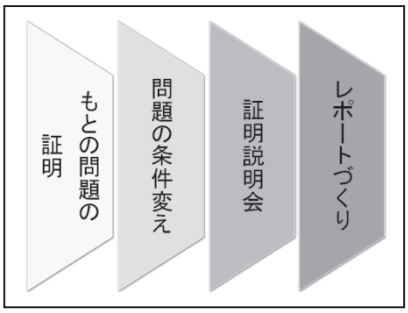
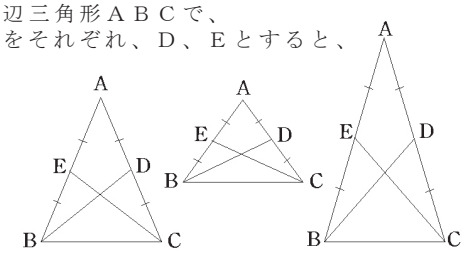


図６　実践の流れ

①　もとの問題の証明（A、B…については後述）

○二等辺三角形について、今までの学習を振り返る。…A
○与えられた条件からどんなことが言えるのか考える。…B
○ＢＤ＝ＣＥを結論として命題にまとめ、仮定と結論を確認する。

ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで、
辺ＡＣ、ＡＢの中点をそれぞれ、Ｄ、Ｅとすると、
ＢＤ＝ＣＥである。



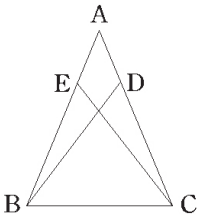
○どのように証明すればよいか考え、発表する。
○「証明のすじ道」と証明を記入し、ペアで伝え合う。…C
○証明が正しくかけているか全体で確認する。

②　問題の条件変え

○問題の条件を変えたとき、同じ結論が言えるかどうか考える。
○「証明のすじ道」と証明を記入し、ペアで伝え合う。…D
○証明を読み、新たにどんなことが見いだされるか考える。…E
○各自で、変える条件とそれから導かれる結論を考え、「証明のすじ道」を書く。

ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで、
点Ｄを辺ＡＣ上に、点Ｅを辺ＡＢ上にとるとき、
［　　（とすると）］、
［　　］である。

ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで、
点Ｄを辺ＡＣ上に、
点Ｅを辺ＡＢ上に
とるとき、
ＡＤ＝ＡＥとすると、
ＢＤ＝ＣＥである。



○考えた条件や結論を発表し、同じ条件を考えた者どうしでグループを編制する。
○各グループで証明を完成させる。

③　証明説明会

○「証明のすじ道」や証明が正しくかけているかどうか、各グループ内で確認する。
○各グループで、役割分担をする。
○証明説明会を行う。（５分×３回）…F
○他のグループから聞いてきたことをグループ内で説明し合う。…G

説明役：１～３回目とも必ず１名ずつ
取材役：説明役以外
　　誰がどの班に聞きに行くか

④　レポートづくり

○レポートの作り方について教師の話を聞く。
○レポートをまとめる。…H

４　取り組んだ活動を分類する

(1)　言語活動を充実させるための手立てと生徒の活動の様子

言語活動を充実させるために教師がとった手立ては、次の三つに分類できる。

①　多様な考えやその理由を全体の場に広げ、以後の活動につなげる。

②　伝え合う活動を取り入れる。

③　レポートにまとめる。

まずは、この三つに分類して、教師のとった手立てやそれに対する生徒の活動の様子を述べる。

①　多様な考えやその理由を全体の場に広げ、以後の活動につなげる

ア　場面B

与えられた条件から言えることを次々と取り上げた後、その中の一つを結論とすることを印象付け

た(図７)。また、理由も簡単に述べるようにしたので、その後の「証明のすじ道」や証明を書くときの手助けとなった。このことは、次時の場面Eでの活動にもつながったと思われる。

イ　場面E

条件変えの１例として、全体で取り組んだ問題の証明を振り返って読み、新たにどんな性質が見いだされるかを考える活動を取り入れた(図８)。この後、問題の条件変えを行ったが、２クラスとも14種類ずつの問題が作られた。多様な問題を作ることができたのは、証明を読む活動を取り入れた成果であったと思う。

「図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだす」ことは、新学習指導要領において、新しく付け加えられた内容である。

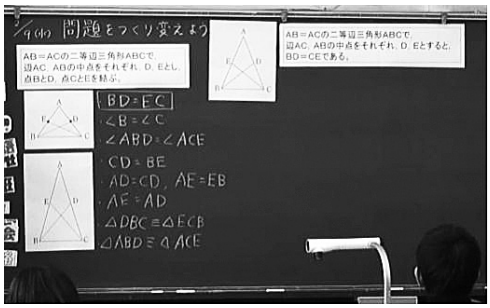


図７　条件から言えること

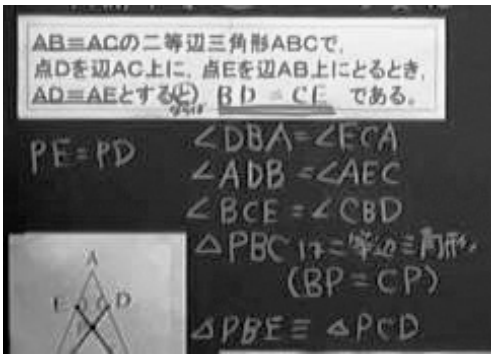


図８　証明を振り返る

② 伝え合う活動を取り入れる

ア　場面C、D

教師から与えられた導入の問題や全体で取り組んだ条件変えの問題では、自分の証明をペアで伝え合う活動を取り入れた。証明でなく「証明のすじ道」でもよいことにしたので、証明に自信がない生徒でも、図を指さしながら相手に伝えることができていたように思う。全体の場では発表できない生徒も多いが、隣の級友には気軽に伝えることができる。この活動は、証明説明会の練習の意味合いもあった。

イ　場面F、G

グループの考えをクラス全体に伝える手段として、１グループずつ順番に教室の前方で発表する方式が考えられる。しかし、この方式だと、生徒たちは自分たちの発表ばかりに意識が集中してしまい、他のグループの発表をじっくり考えながら聞くことができないことが多い。また、発表の準備活動の時、グループ内で一部の生徒が手持ちぶさたな状態になることもあった。そこで、それらを改善するために、次のような方式で証明説明会を行った。

i　各グループは、説明役１名と取材役に分かれる。さらに、取材役は、一人ひとりがどのグループの取材に行くかを決める。
ii　説明役は、集まってきた他のグループの取材役に、自分のグループの証明を説明する。
iii　iiを３回繰り返し、なるべく多くのグループの考えを取材できるようにする。説明役は、全員が経験できるように、１回ごとに交替する。
iv　説明会終了後、取材役は取材してきた証明を同じグループの仲間に説明する。

この方式だと、生徒全員が説明役と取材役の両方を経験することができる。説明するためには、自分たちのグループの証明を理解し、相手に分かりやすく伝えなければならない。取材するときは、真剣に相手の説明を聞いて理解しないと、自分のグループに戻ってから仲間に伝えることができない。教室の中には程よい緊張感が漂い、生徒たちは、意欲的に「説明する」「理解する」活動を行っていたように見られた。ただ、本実践の場合、Gでの活動にじっくりと時間をかけられなかったのが、大変残念であった。

③ レポートにまとめる

ア　場面A

実践の導入の部分で、図９のような三角形の合同条件、二等辺三角形や直角三角形についてまとめた資料を配付すると共に、本実践中は教室内に掲示した。これには、次の三つのねらいがある。

・証明に使う定理などをすぐに振り返られるようにしておく。
・既習事項の関係や定義と定理(性質)の区別を明確化しておく。

・既習事項の関係図がレポートの素地として、意識できるようにしておく。

イ　場面H

演繹的な推論には、図形の概念や性質が、ばらばらでなく体系的に整理されるという利点がある。本実践のまとめとしてレポートづくりを取り入れたのは、生徒たちが考えた図形の性質を自ら体系化する活動によって、演繹的な推論のよさを味わってほしいと考えたからである。しかし、アで示した二等辺三角形についての関係図を参考にするだけでは、生徒たちが取り組みにくいであろうと考え、図10のようなレポートのまとめ方を例示した資料を配付した。

また、白紙の用紙から作り始めるのは難しい生徒もいるので、図11のような台紙と図12のような台紙に貼って使えるカードも準備して配布した。レポートづくりは授業内だけでは完成できなかったので、家庭学習の課題とした。

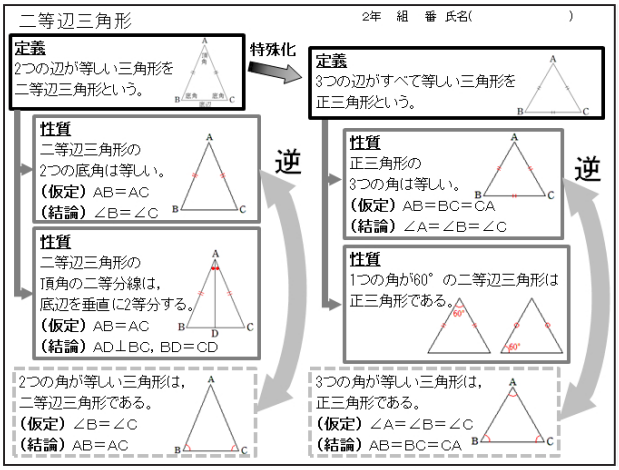


図９　二等辺三角形についての関係図

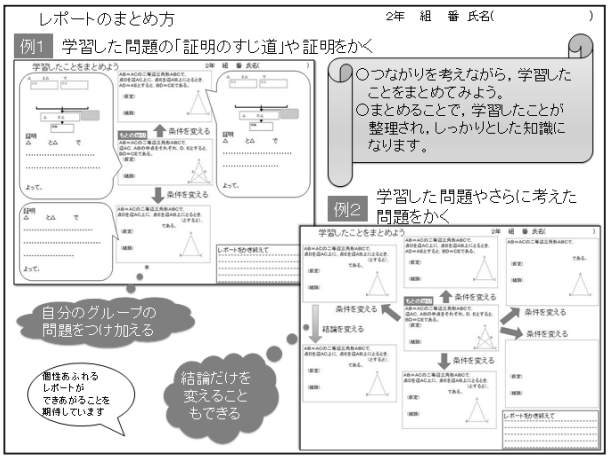


図10　レポートのまとめ方

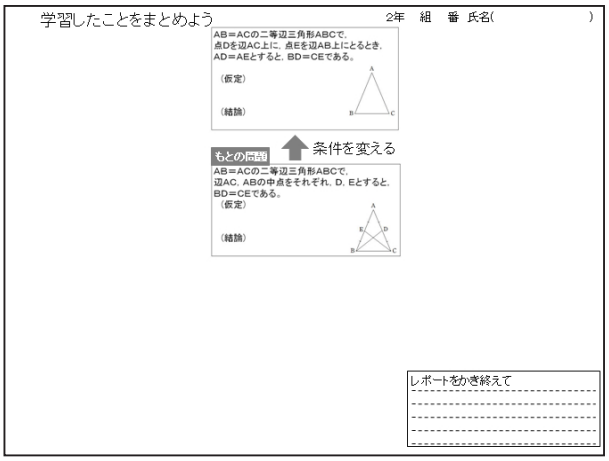


図11　レポート台紙

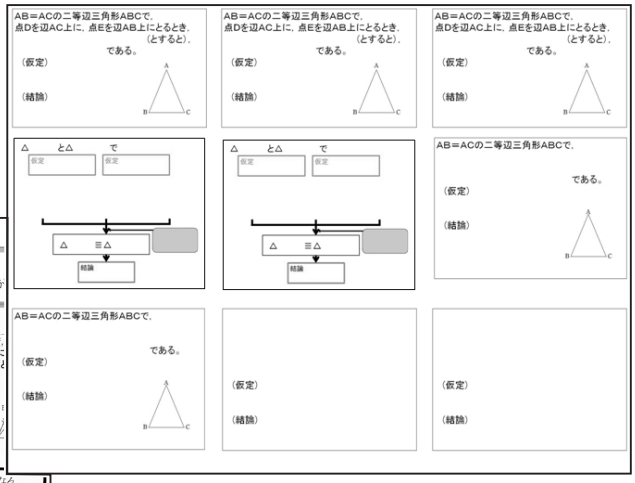


図12　レポート用カード

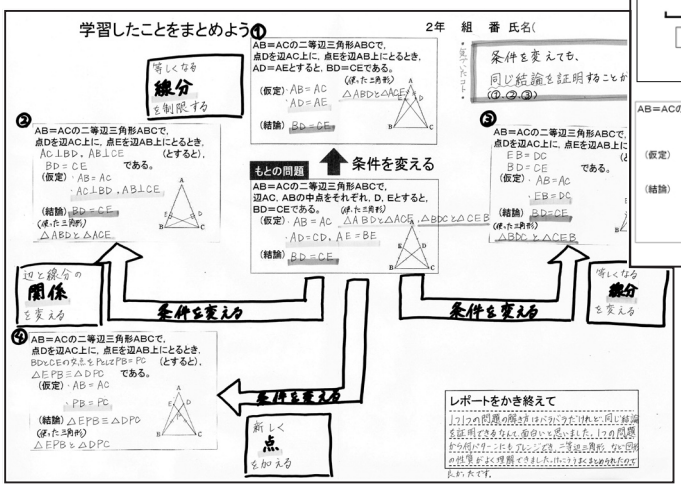


図13　完成したレポート

(2)　言語の能力の育成という視点から

場面A～Hでの活動を、言語の能力の育成という視点から捉え直すと、次の①～③のように分類できると考えられる。

①　主に習得のための言語活動

・流れ図(証明のすじ道)をかく、流れ図を使って説明する。（場面C、Dと F、G）

・証明をペアで伝え合う。（場面C、D）

②　主に活用のための言語活動

・証明説明会を行う。（場面F、G）

・レポートを書く。（場面H）

③　言語活動を支えた活動

・二等辺三角形の定義や性質などの関係を振り返る。（場面A）

・与えられた条件から言えることをできるだけ考える。（場面B）

・証明を振り返って読み、新たな性質を見いだす。（場面E）

前述したように、言語活動の充実は、思考力・判断力・表現力等の育成をねらうものであり、また、思考力・判断力・表現力等は、習得した知識・技能を活用して課題を解決するために必要なものである。しかし、言語活動は知識・技能の活用のためだけのものではないと考えられる。もし、活用のためだけであるならば、授業の中で言語活動に取り組む際、知識・技能の習得が十分でない生徒は、活動に参加できないことになってしまう。

また、習得・活用・探究の関係について、「答申」の中に次のような記述が見られる。

> **５．学習指導要領改訂の基本的な考え方**
> **（４）思考力・判断力・表現力等の育成**
> (前略)各教科での習得や活用と総合的な学習の時間を中心とした探究は、決して一つの方向で進むだけではなく、例えば、知識・技能の活用や探究がその習得を促進するなど、相互に関連し合って力を伸ばしていくものである。

本実践の場合、事前調査の結果から、証明のしくみの理解や証明を書く力が十分でない生徒が見られたため、たとえ証明が十分に書けないとしても、流れ図(証明のすじ道)を使って、自分の考えをかいたり説明したりすることができるようにした。実践前は、証明を書くための知識・技能の習得が十分でない生徒のみが、流れ図を使用して活動するのではないかと予想していた。しかし、特に、「条件変え」の場面では、充分に習得がなされていると思われる生徒であっても、流れ図を使って、条件を差し替え、それを見ながら証明を書き上げていく姿が多く見られた。流れ図の利用は、習得が十分でない生徒への支援のつもりであったが、充分に習得がなされている生徒にとっても有効な手段であった。このことは、後述の生徒の感想の中にも表れている。流れ図での活動は、証明のしくみの習得のためだけでなく、活用の手段ともなったので、「主に習得」と考えたのである。「答申」では、言語を「数式などを含む」と広い意味でとらえており、「流れ図」の利用も言語活動ととらえたい。

ペアで伝え合う活動を「習得」としたのは、前述のように、証明説明会で多数の生徒に対する前段階として、まずは、自分の隣の生徒に、相手が納得してもらえる説明ができるようにしたためである。証明説明会は、「主に活用」と考えられる。ペアで伝え合う活動や証明説明会において、生徒たちは、ペアや取材役の生徒の質問や指摘によって、個人差はあるものの、説明をよりよいものにしようとしていた。習得と活用が相互に関連し合っていた場面であったと言える。

レポートづくりは「主に活用」とした。事前調査では証明がほとんど書けなかった生徒であっても、授業で取り組んだもとの問題や条件を変えた問題の関係性を図示したり、それぞれの流れ図をかいたりすることができていた。発展的に考えた生徒にとっては「活用」であったが、習得が不十分であった生徒にとっては、習得のための活動であったと言えよう。

根本(2004)は「きめの細かい指導」について、次のように述べている。

「単に『寄り添う』だけでないきめの細かい丹念な思考活動の分析が予め行われていれば、分からないと答える(遅れがちな)生徒に対しては、(中略)展開のどの段階のどの学習活動を補強すればよいかということが考え易くなる。すなわち、個に応じた指導視点を明確にして、授業展開の再検討、改善を図ることができるのである。このことは次のようなことを意味している。すなわち、補充的な学習は、前時と同じことを繰り返す指導展開になることはないということである。そして、たとえ補充的な学習とはいっても、これを受ける生徒にとっては発展なのだと考えることが肝要である」

以上のことを踏まえ、さらに前述の、数学的活動の分類、言語の役割を踏まえた分類、思考力・判断力・表現力等の学習活動の分類も行うと、表５のようにまとめられると考えた。言語の役割を踏まえた分類の主たる分類は、「(１)知的活動(論理や思考)に関すること」のすべての項目を含んでおり、本実践が言語活動を充実させた授業実践であったと判断したい。

表５　活動の分類

活動の種類	場面	活　動	数学的活動の分類	言語の役割を踏まえた分類		思考力・判断力・表現力等の学習活動の分類
				主たる分類	関係する分類	
主に習得のための言語活動	C D F G	流れ図(証明のすじ道)をかく、使って説明する	数学を生み出す活動ア	(1)ア(ⅰ)	(1)ア(ⅱ)	③、④
	C D	証明をペアで伝え合う	数学的に伝え合う活動ウ	(1)ア(ⅱ)	(1)イ(ⅱ)	③、⑥
主に活用のための言語活動	F G	証明説明会を行う	数学的に伝え合う活動ウ	(1)イ(ⅱ)	(1)イ(ⅰ)	③、⑥
	H	レポートを書く	(数学的に実感する活動)	(1)イ(ⅰ)	(1)ア(ⅱ)	③、④
言語活動を支えた活動	A	二等辺三角形の定義や性質などの関係を振り返る				
	B	与えられた条件から言えることをできるだけ考える	数学を生み出す活動ア			
	E	証明を振り返って読み、新たな性質を見いだす	数学を生み出す活動ア			

５　言語活動を充実させた授業の評価を考える

(1)　本実践の評価規準

本実践の評価規準は、表６のように設定できると考えた。実践内容にあたる新学習指導要領の内容や平成 23 年７月に示された「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料」(以下「参考資料」とする)の評価規準の設定例と共にまとめる。

表６　新学習指導要領の内容と評価規準

新学習指導要領の内容	B　図形 (２)　図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。 イ　証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。 ウ　三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。			
評価の観点	数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
「参考資料」の評価規準の設定例	【証明の必要性と意味及び方法】			
	・図形の性質などを証明することに関心をもち、その必要性と意味を考えたり、証明の方法について考えたりしようとしている。	・図形の性質などを証明するために、構想や方針を立てることができる。 ・構想や方針を基にして、仮定など根拠となる事柄を明らかにし、筋道立てて結論を導くにはどうすればよいかを考えることができる。 ・命題が正しくないことを証明するために，反例をあげるこ	・命題の仮定や結論などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。	・定義や命題の仮定と結論、逆の意味を理解している。 ・証明の必要性と意味を理解している。 ・証明のための構想や方針の必要性と意味を理解している。 ・反例の意味を理解している。

		とができる。		
	【三角形や平行四辺形の性質及び証明を読んで新たな性質を見いだすこと】			
	・三角形や平行四辺形の性質などに関心をもち、それらについて調べ、証明しようとしている。 ・図形の性質の証明を読むことに関心をもち、新たな性質を見いだそうとしている。	・二等辺三角形の性質を調べ、証明することができる。 ・図形の性質の証明を読み、新たな性質を見いだすことができる。	・二等辺三角形の性質(中略)などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ・三角形や平行四辺形の性質の証明から、辺や角の関係などを読み取ることができる。 ・証明を読んで見いだした図形の性質を、記号を用いて表すことができる。	・二等辺三角形の性質を理解している。 ・直角三角形の合同条件とその必要性を理解している。
本実践の評価規準(評価方法)	問題の条件を変えることに関心をもち、問題の「証明のすじ道」や証明を書いたり、相手に分かりやすく説明しようとしたりする。 (行動観察、自己評価表、レポート)	もとの問題、条件を変えた問題を比較したり関連付けたりして考えることができる。 (行動観察、レポート)	問題の条件を変えたとき、それにあてはまるように図や証明をかき変えることができる。 (ワークシート)	問題の仮定・結論を指摘したり、その証明のしくみを説明したりすることができる。 (行動観察、ワークシート)
本実践の評価場面	問題の条件変え 証明説明会 レポートづくり	証明説明会 レポートづくり	問題の条件変え	もとの問題の証明

(2)　生徒の変容

①　自己評価表やレポートの感想から

実践後に生徒たちが書いた感想の中で、多く見られたのは次のような内容のものである。今回の実践を通して、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感したことが読み取れる内容である。

ア　「証明のすじ道」や証明をかくことができるようになった喜び

・ぼくは、ぜんぜん証明がわからなかったけれど、けっこう分かるようになりました。
・問題から仮定をよみとって、結論を証明することに少しなれてきました。
・証明は計算じゃないから難しいなと思っていたけれど、三角形の証明なら、結構できるようになりました。

イ　「証明のすじ道」(流れ図)をかくことの有効性

・仮定から結論への流れや仮定と結論をどうつなげていったらいいのかという道すじが分かりました。
・すじ道がわかれば証明もけっこうかけるようになりました。
・すじ道をかいてからしたので、証明がわかりやすかったです。でも、テストではすじ道を書く時間がないので、頭の中に「証明のすじ道」をかきたいです。

ウ　「条件変え」を行うことで、学びに広がり・深まりができたことへの驚き・喜び

・同じ図形でも仮定や結論が変わることで、証明のすじ道などもがらりと変わって合同条件なども変わることがわかりました。また、証明を解いたり、問題をつくったりする時には、人とそれぞれ違う仮定がでても、結論が同じだったりその逆があったりすることが分かりました。
・最初の問題から自分で点を動かして問題を変えることは、あまりやったことがなかったので楽しかったです。自分で作った問題なので、がんばって解きたいと思っていました。
・今まではただ問題として証明を解いていただけなので、自分で証明を作り変えることができてすごいと思いました。条件を変えた問題をつくったときに、証明できるものとできないものとがあることが分かりました。

エ　証明説明会での交流のよさ

・説明会では、私は人に教えるのが下手なので、ちゃんと理解してくれたかちゃんと伝わったのか、とても不安でした。でも、何とか、分かってもらえたのでよかったし、うれしかったです。とても楽しかったです。
・自分で説明をして分かってもらえたときは、すごくうれしかったです。
・証明は、自分ではわかっていても教えることは難しいです。

オ　レポートにまとめることのよさ

・数学のレポートを書いて、自分の考えをまとめられたので、より分かりやすくなり、すごく勉強になりました。
・今まで学んできたことを整理して、まとめをして書けたのでよかったです。つながりや他の子が考えた証明も書けてよかったです。
・レポートにまとめるだけでも少し新しい考え方が増えて、よかったと思います。
・このレポートを書いて、証明をもっと好きになったと思います。

カ　以後の学習への意欲

・この授業を通して、前よりも証明が得意になった気がします。
・今後も結論を変えて問題を作って、証明を楽しみたいです。
・授業を終えて、自分で条件を変えて問題をつくれるようになりました。

②　事後調査の結果から

全国学力・学習状況調査B 4 (H19～22　４年分)を利用して、実践２か月後の平成 23 年４月に事後調査を行った。評価の観点は、すべて「数学的な見方や考え方」である。

ほとんどの問題で、良好な結果となったが、一部福井県の結果より下回る問題もあった。ただ、どの年の問題においても、証明をかく問題についてはよい結果が得られている。また、全国的には数学Ｂの記述式の問題において、無解答率が高いことが問題になっているが、研究協力校の生徒に無解答のものはほとんど見られなかった。

表７　事後調査の結果

年度	問題番号	問題の概要	出題の趣旨	研究協力校と福井県の比較	研究協力校と全国の比較
H19	（１）	線分の垂直二等分線の証明で、誤りを指摘する	図形の証明を振り返り、評価することができる	⇗	⇑
	※（２）	証明の中の誤りを正しく書き直す	証明の評価にもとづき、改善することができる	⇗	⇑
H20	（１）	辺の長さが等しいことを証明する際に、その辺を含む三角形の合同を示せばよい理由を選ぶ	証明の方針を立てる際に根拠となる事柄を筋道立てて考えることができる	→	⇗
	※（２）	２つの線分の長さが等しいことを、三角形の合同を利用して証明する	方針にもとついて証明することができる	⇗	⇑
	（３）	証明で用いた三角形の合同を根拠として、証明したこと以外に新しく分かることを選ぶ	証明を振り返って考えることができる	⇗	⇑
H21	※（１）	２つの線分が平行になることを、三角形の合同を利用して証明する	方針にもとづいて証明することができる	⇨	⇑
	（２）	証明で用いた三角形の合同を根拠として、証明したことと仮定以外に分かることを選ぶ	証明を振り返って考えることができる	⇗	⇑
	（３）	２つの線分が平行になることを証明する際に、平行四辺形に着目し、平行四辺形になるための条件を選ぶ	証明の方針を立てることができる	⇨	⇗
H22	（１）	証明をよみ、２つの三角形の対応する２辺の間の角が等しいことを表している部分を書く	与えられた証明をよみ、そのしくみを考えることができる	→	⇨
	※（２）	２つの線分の長さが等しいことを、三角形の合同を利用して証明する	発展的に考えて証明することができる	⇨	⇗

※…証明を記述する問題

⇑：研究協力校の正答率が20％以上高い
⇗：研究協力校の正答率が10～20％高い
⇨：研究協力校の正答率が０～10％高い
→：研究協力校の正答率が０～10％低い

Ⅴ　研究のまとめ

今回の実践で取り組んだ活動は、新たに試みたようなものではなく、従来の論証指導の中でも取り入れられてきたものである。しかし、それらの活動を、授業者が「主に習得」をねらう活動、「主に活用」をねらう活動と、明確なねらいをもって指導することで、生徒たちの証明する力の習熟につながったと言える。教師は、主に習得のための活動では、習熟が十分でない生徒を中心に個別指導にあたり、主に

活用のための活動では、生徒同士の学び合いが促進されるよう、グループ単位での指導にあたることで、個に応じた指導が可能になるからである。活動そのものが目的にならず、活動を通して数学的な見方や考え方を育成することができたと考えられる。

また、流れ図（証明のすじ道）の利用が非常に有効であったことも確認できた。言葉だけでなく、流れ図という数学的な表現が生徒たちの思考の大きな手助けになったのである。知識基盤社会において、自分の考えを分かりやすく伝える手段として、思考を図式化することは、ますます重要になっていくものと思われる。これからも、指導に取り入れ、数、式、図、表、グラフなどの数学的な表現のよさを感得できるようにしていきたい。

学習したことをレポートにまとめることが、生徒たちの思考の整理につながることも明らかになった。残念ながら、出来上がったレポートの交流には取り組めなかったが、成果を共有して数学的に実感することまで学習すれば、より深い学びにつながったであろう。

「条件変え」の場面においてＩＣＴの活用を有効に行えば、点を動的に捉えたり、辺ＡＢ、ＢＣを延長するなどさらに発展的に考えたりする生徒が増えるであろうと思われる。

最後に、本研究の授業実践に当たり、御協力いただいた福井市川西中学校の先生方、意欲的に学習に取り組んでくれた３年生の生徒の皆さんに心より厚くお礼申し上げます。

《引用文献》

○文部科学省(2008)『中学校学習指導要領』p.15、p.18、p.47、p.49、p.51、p.52、p.54
○中央教育審議会(2008)『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）』(http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/__icsFiles/afieldfile/2009/05/12/1216828_1.pdf)p.24、p.25、p.53
○文部科学省(2011)『言語活動の充実に関する指導事例集～思考力・判断力・表現力等の育成に向けて～【中学校版】』(http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/gengo/1306108.htm)p.（ｉ）、p.1、p.2、p3、pp.7～9、p.12、pp.69～88、p185、p.186
○清水静海(2008)「知識・技能の活用で高める言語活動」『中等教育資料５月号』ぎょうせい、p.16
○国立教育政策研究所(2007～2011)『平成19～23年度　全国学力・学習状況調査　解説資料　中学校　数学』
○永田潤一郎(2008)「中学校数学科における言語活動の充実」『中等教育資料５月号』ぎょうせい、pp.50、51
○文部科学省(1998)『中学校学習指導要領』p.35
○文部科学省(1999)『中学校学習指導要領　解説　－　数学編　－』p.14
○永田潤一郎(2009)「中学校数学科・指導の展望(23)」『中等教育資料１月号』ぎょうせい、p.54
○根本博(2004)『数学教育の挑戦』東洋館出版社、p.165
○国立教育政策研究所(2011)『評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料(中学校 数学)』(http://www.nier.go.jp/kaihatsu/hyoukahouhou/chuu/0203_h_suugaku.pdf)pp.33、34
○文部科学省・国立教育政策研究所(2008～2010)『平成19～22年度　全国学力・学習状況調査　【中学校】報告書』

《参考文献》

○清水宏幸(2012)「全国学力・学習状況調査から授業改善へ」『第93回　全国算数・数学教育研究(神奈川)大会　講習会テキスト』
○永田潤一郎(2006)『数学科の授業づくり　中学２年編』明治図書
○永田潤一郎(2009)「『活動』を実質的なものにするために」『日本数学教育学会誌』日本数学教育学会
○永田潤一郎(2009)「中学校数学科・指導の展望(25)」『中等教育資料４月号』ぎょうせい
○水谷尚人(2009)「中学校数学科における言語活動の充実―言語活動を高める授業実践に向けて―」『日本数学教育学会誌』日本数学教育学会
○水谷尚人(2012)「中学校数学科における移行措置最終年度の取組」『第93回　全国算数・数学教育研究(神奈川)大会　講習会テキスト』